

# **Einführung in graphisch-geometrische Algorithmen**

Von Prof. Dr. rer. nat. Alfred Schmitt  
Oliver Deussen  
Marion Kreeb  
Universität Karlsruhe



**B. G. Teubner Stuttgart 1996**

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Analyse graphisch-geometrischer Probleme und Algorithmen</b>	<b>1</b>
1.1	Problemspezifikation . . . . .	2
1.2	Problemklassifikation . . . . .	3
1.2.1	Klassifikation über Räume . . . . .	3
1.2.2	Objekttypen . . . . .	4
1.2.3	Datendarstellung von Objekten . . . . .	4
1.2.4	Grundoperationen . . . . .	5
1.2.5	Algorithmenentwurf und Analyse . . . . .	6
1.3	Algorithmenmodell . . . . .	7
1.4	Algorithmenkomplexität . . . . .	7
1.4.1	Asymptotisches Wachstum . . . . .	9
1.5	Untere Schranken für elementare Algorithmen . . . . .	11
1.6	Die Rundungsoperation . . . . .	12
1.7	Geometrische Definitionen . . . . .	14
1.7.1	Geometrische Objekte . . . . .	15
1.7.2	Polyeder und Polygone . . . . .	16
1.7.3	Orientierung von Polygonen . . . . .	18

<b>2</b>	<b>Schnittbestimmung</b>	<b>21</b>
2.1	Schnitt isoorientierter Strecken . . . . .	21
2.1.1	Lösung mit Sweep-Verfahren . . . . .	22
2.1.2	Lösung mit Teilen & Herrschen . . . . .	26
2.1.3	Lösung mit Zellraster . . . . .	28
2.2	Schnitt beliebiger Strecken . . . . .	32
2.2.1	Der Bentley-Ottmann Algorithmus . . . . .	33
2.2.2	Lösung mit Zellraster . . . . .	37
2.3	Schnitt einer Geraden mit einem Polygon . . . . .	38
2.4	Clipping . . . . .	43
2.4.1	Clipping von Strecken . . . . .	43
2.4.2	Clipping einfacher Polygone . . . . .	45
2.5	Verbindungsgraphen . . . . .	46
2.6	Mengenoperationen mit zwei Polygonen . . . . .	52
2.7	Schnitt konvexer Polygone . . . . .	55
2.8	Bestimmung aller Polygonschnittpaare . . . . .	56
2.9	Schnitt von Rechteckmengen . . . . .	57
2.9.1	Bereichssuchbäume . . . . .	59
2.9.2	Intervallbäume . . . . .	60
2.9.3	Zusammenfassung . . . . .	64
2.10	Schnitt von Halbebenen . . . . .	65

<b>3</b>	<b>Punktlokalisierung</b>	<b>68</b>
3.1	Punktlokalisierung in konvexen Polygonen . . . . .	69
3.2	Punktlokalisierung in Sternpolygonen . . . . .	71
3.3	Allgemeine Polygone: Ein stabiles Halbstrahlverfahren . . . . .	72
3.4	Punktlokalisierung mit monotonen Ketten . . . . .	75
3.4.1	Algorithmus für reguläre Graphen . . . . .	76
3.4.2	Zerlegung regulärer Graphen . . . . .	78
3.4.3	Zerlegung allgemeiner Graphen . . . . .	79
3.4.4	Punktlokalisierung in der regularisierten Zerlegung . . . . .	80
3.5	Punktlokalisierung nach Kirkpatrick . . . . .	81
3.5.1	Vergrößerung planarer Triangulationen . . . . .	84
3.5.2	Der Kirkpatrick-Graph . . . . .	85
3.5.3	Punktlokalisierung nach Kirkpatrick . . . . .	86
3.5.4	Der Höhenbeweis . . . . .	87
3.5.5	Implementierung . . . . .	92
3.5.6	Zusammenfassung . . . . .	94
3.5.7	Ein Beispiel . . . . .	95
3.5.8	Anmerkung . . . . .	97
3.6	Punktlokalisierung mit Zellraster . . . . .	97
3.6.1	Vollständige Triangulation . . . . .	98
3.6.2	Punktlokalisierung in Polygon . . . . .	99
3.7	Strahlanfragen . . . . .	100
3.7.1	Ein spezielles Strahlanfrageproblem . . . . .	102

<b>4</b>	<b>Sichtbarkeitsbestimmung</b>	<b>105</b>
4.1	Problemdefinition	105
4.1.1	Objektraumalgorithmen	106
4.1.2	Bildraumalgorithmen	107
4.1.3	Generelle Optimierungsmöglichkeiten	108
4.2	Zweidimensionale Aufgaben	110
4.2.1	Das Skyline-Problem	110
4.2.2	Sichtbarkeit im Flachland	112
4.3	Dreidimensionale Aufgaben	113
4.4	Elementarer Algorithmus, Brute Force Lösung	113
4.5	Lösung mit Teilen & Herrschen	117
4.6	Lösung mit Verbindungsgraph	120
4.7	Lösung über Zellraster	126
4.8	Günstige und ungünstige 3D-Szenen	128
4.9	Bildraumalgorithmen zur Sichtbarkeitsbestimmung	136
4.9.1	Algorithmen mit Prioritätslisten	137
4.9.2	Der Tiefenpuffer-Algorithmus	139
<b>5</b>	<b>Hüllenbildung</b>	<b>143</b>
5.1	Allgemeine Formulierung	143
5.2	Hüllobjekte von Punktmengen	145
5.2.1	Quaderhülle	145
5.2.2	Kugelhülle	146
5.2.3	Konvexe Hülle	147
5.2.4	Erweiterung	151
5.3	Konvexe Hülle eines einfachen Polygons	153
5.4	Durchmesser	156
5.4.1	Durchmesser konvexer Polygone	156
5.4.2	Durchmesser von Punktmengen	157

<b>6</b>	<b>Distanzbestimmung</b>	<b>159</b>
6.1	Metriken . . . . .	159
6.2	Voronoi-Diagramme . . . . .	160
6.3	Nächster Nachbar . . . . .	168
6.3.1	Lösung über Zellraster . . . . .	170
6.4	Minimale Punktepaare . . . . .	170
6.5	Minimaler spannender Baum . . . . .	171
<b>7</b>	<b>Triangulationsaufgaben</b>	<b>173</b>
7.1	Triangulation von Polygonen . . . . .	173
7.1.1	Triangulation monotoner Polygone . . . . .	174
7.1.2	Triangulation einfacher Polygone . . . . .	176
7.1.3	Triangulation mit Sweep-Verfahren und Sacktechnik . . .	180
7.1.4	Zeitoptimale Triangulation einfacher Polygone . . . . .	183
7.1.5	Triangulation von Sternpolygonen . . . . .	183
7.2	Triangulation von Punktmengen . . . . .	184
	<b>Literatur</b>	<b>188</b>
	<b>Index</b>	<b>191</b>